1 解答

（１）$\vec{g_D} = (1,\ 1,\ 1) + \dfrac{m}{8\rho - 21m}(3,\ 1,\ 5)$

（２）$p_k = \dfrac{1}{6} \times \left\{1 + \dfrac{m}{8\rho - 21m}(2k - 7)\right\}$ $(k = 1, 2, \cdots, 6)$

（指針）（１）は、定理 (ii) で m_i が負の値を取ってもよいことに気付けるかがカギである。位置ベクトルの始点をうまくとれば計算量が大幅に軽減される。（２）は定義を用いて計算すれば問題無い。

解説（１）　立方体Ｃの重心は（1, 1, 1）である（これをＧとおく）。ここで位置ベクトルの始点を点Ｇにすると、対称性がとれるので計算が楽になる。

定理 (i) よりＣや各穴は重心に全質量が加わった物質とする。定理 (ii) を用いて $\vec{g_D}$ を求めるのだが、実は m_i は負の値を取ってもよい。そこで、Ｃの質量をM、各穴のＧからの位置ベクトルを $\vec{x_i}$ とおくと、穴は 21 個あるので

$$\vec{g_D} - \overrightarrow{OG} = \frac{M\cdot\vec{0} + (-m)\vec{x_1} + (-m)\vec{x_2} + \cdots + (-m)\vec{x_{21}}}{M + 21(-m)}$$

$$\vec{g_D} = \overrightarrow{OG} - \frac{m}{M - 21m}(\vec{x_1} + \vec{x_2} + \cdots + \vec{x_{21}}) \quad \cdot\cdot\cdot ①$$

よって $(\vec{x_1}+\vec{x_2}+\cdots+\vec{x_{21}})$ を求めればよい。

k の目の穴の重心を通る平面を F_k とおくと、各穴の重心はサイコロＤの面上にあるので、F_k は k の目の面を含む。F_k と交わる穴の位置ベクトル x_i の和を求めると、対称性より点Ｇから F_k に下ろした位置ベクトルを穴の数だけ加えたものとなる。例えば４の目の面では、$4\times(0,\ -1,\ 0)$ となる（図３参照）。これらを全ての面で和をとると、

$$\vec{x_1}+\vec{x_2}+\cdots+\vec{x_{21}} = (-3,\ -1,\ -5) \quad \cdot\cdot\cdot ②$$

②と $M = 8\rho$、$\overrightarrow{OG} = (1,\ 1,\ 1)$ を①に代入して整理すると、

$$\vec{g_D} = (1,\ 1,\ 1) + \frac{m}{8\rho - 21m}(3,\ 1,\ 5) \quad \cdot\cdot\cdot（答）$$

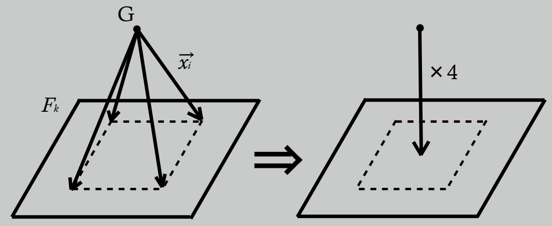

図３

（２）　サイコロＤの重心をＧ’とおく。k の目の面を底面とする、頂点が点Ｇ’の四角錐を A_k とおく。各 k における A_k の底面の面積は $2\times2 = 4$ で全て等しいので、A_k の体積を V_k、A_k の高さを H_k とおくと、

$$V_k = 1/3 \times 4 \times H_k \quad \cdot\cdot\cdot ③$$

立方体Ｃの体積は $2 \times 2 \times 2 = 8$ で、定義より k の目が出る確率 $p_k = V_k \div 8$ であるから、③より

$$p_k = 1/6 \times H_k \quad \cdot\cdot\cdot ④$$

四角錐 A_k の高さ H_k は、言い換えれば点Ｇ’から k の目の面までの距離である。$h = m/(8\rho - 21m)$ とおくと、（１）よりＧ’$(1+3h,\ 1+h,\ 1+5h)$ であるから

$$H_1 = 1 - 5h \quad H_2 = 1 - 3h \quad H_3 = 1 - h$$

$$H_4 = 1 + h \quad H_5 = 1 + 3h \quad H_6 = 1 + 5h$$

これらをまとめると、$H_k = 1 + (2k - 7)h$ となるので、④に代入して

$$p_k = \frac{1}{6} \times \left\{1 + \frac{m}{8\rho - 21m}(2k - 7)\right\} \quad \cdot\cdot\cdot（答）$$

$$(k = 1, 2, \cdots, 6)$$

これより、サイコロＤの最も出やすい目は『６の目』であることがわかる。

（補足）　この確率をどう定義しようかと考えて、立方体に占める k の目の面（k 面とする）を底面とする四角錐（T_k とする）の体積を確率 p_k と定義した。こうすれば、六面すべての確率の和が１となり、重心が低いほど向かいの目が出やすいことと一致する。

実際の k の目が出る確率は、重心から k 面の対面（k' 面とする）に向かう立体角の割合で定義される。k' 面を底面とする四角錐 $T_{k'}$ の頂点の立体角が大きいほどその体積が小さくなり、このとき逆に T_k の体積は大きくなる。これは k 面が出やすいほど（$T_{k'}$ の頂点の立体角が大きいほど）、p_k の値が大きくなることを示している。また、$(p_1+p_2+\cdots+p_6) = 1$ となることの二点から、k の面が出る確率を便宜的に（２）のように定義した。

一般のサイコロは、１の目の穴が他の目の穴よりも大きく掘られているので、最も出やすい目は『５の目』である。

（参考問題）　１の目の穴の半径を他の目の穴の２倍にして、サイコロの目の出やすい順に並べよ。

（答）$5 > 1 > 4 > 3 > 6 > 2$

七類

足利・Ｙ・義満さんの体験記

受験体験記といっても正直なところ、高校のときのことは今となって、よく覚えていない。ただ、**一日の大半がゲームで占められていた記憶は確かである**。三国志に異常にはまっていた時期がある人には、何のゲームかは容易にわかってくれるだろう。

普通に学校に通い、友だちと適当にしゃべり、トランプでギャンブルをしたり、カラオケに行ったり。華があるとは言えないが、普通の日常（？）というものを、高校ではひたすらに享受していたと思う。**典型的な廃人のように**、たいしてやることもなく、だらだらと過ごしていた。勉強面においていえば、定期テストでは赤点をとらない程度に勉強をしていた。自分で言うのも変だが、真面目と言えば真面目だったのかもしれない。友だちと点数を争っていたからというのもある。

受験生活を受験生の方々はどのように過ごしてきたのだろうか。そして勉強というものをどのように考えたのだろうか。将来出世して金がほしいから、その学問の道を極めてみたいから、といった理由が多いのだろうか。

僕が勉強を始めた理由は単純だった。高二、高三になるとやたらとカップルが続出する。*あれらはいったい何だろう*。テンションを異常に低くさせる。できれば、朝早くから教室で逢引をするのはやめてほしい。僕にもっと語彙力があれば、この気持ちをより正確に表すことができるのに、残念ながら生まれもった文章能力の無さでそれができない。何の取り柄もなければ何もすることがない。だったらせめて勉強で勝てばいいのではないかと、本当に自分の思考回路が今となって考えてみるとエラーを起こしていたらしく、そのような結論に至った。

高二としての生活が終わりへ近づくにつれて、そろそろ進路や大学選びをしっかりとするようにと学校側からお達しがあったと思う。そのときになって、大抵の人は志望大学を選んだのではないだろうか。

模試の成績が良くも悪くもなく、とりあえずＷ田大学やＫ応大学を目指すように受験勉強を始めた。関東で、国立として東大の次に偏差値が高い大学として、東工大の存在を知ったのもこの時期だった。特にこの大学がいいといった思い入れもなく、東工大を志望大学として決定したのが高二の一月あたりだった。**それからは、ただひたすら勉強していた**。受験期である高三になってからは、東工大を受けようとする人であれば、どのくらいあの忌々しい国語や社会に苦しめられてきたかは想像できるだろう。ある程度文系科目は諦めたが、あまりにもできなかったので、時間をかなり割かざるを得なかった。そのため、数学の成績がひどく下がった。あのときが一番つらかった。

これから、受験される皆さん。緊張してしまったところでどうしようもないので、腹をくくるしかないです。**リリンが生み出した文化の極みでも聞いてリラックスしてください。**